Associação de Professores de Matemática
Contactos:
Rua Dr. João Couto, n.º 27-A
1500-236 Lisboa
Tel.: +351 21 716 36 90 / 21 711 03 77
Fax: +351 21 716 64 24
http://www.apm.pt
email: geral@apm.pt

PROVA FINAL DE MATEMÁTICA DO 3.º CICLO DO ENSINO BÁSICO (PROVA 92) 16 JUNHO 2023 – 1.ª FASE

1. Uma dízima infinita periódica pode ser representada por uma fração de números inteiros. Como $\sqrt{17}, \pi$ e $\sqrt{13}$ são números irracionais, isto é, representam dízimas infinitas não periódicas, o número que pode ser representado por uma dízima infinita não periódica é $\frac{13}{17}$.

Opção (C)

2. 30,5 milhões = $30{,}5 \times 10^6 = 3{,}05 \times 10^7$.

Estima-se que o número de dormidas cresça 60% em comparação a 2020, calculando 60% de 30,5 milhões temos:

$$\frac{60}{100} \times 3{,}05 \times 10^7 = 1{,}83 \times 10^7$$

Assim sendo, a estimativa para o número de dormidas em 2023 é:

$$3{,}05 \times 10^7 + 1{,}83 \times 10^7 = 4{,}88 \times 10^7.$$

3.

3.1. No grupo de 6 amigos, 4 preferem fazer atividades no mar e os restantes, ou seja 2 amigos, preferem atividades em rios.

Assim sendo, a probabilidade de, selecionando ao acaso um dos 6 amigos, a pessoa selecionada preferir fazer atividades de rio é:

$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

Opção (B)

3.2. O grupo de turistas tem à escolha:

- 4 atividades que utilizam prancha: surf (S), bodyboard (B), windsurf (W) e paddle (P);
- 2 atividades que não utilizam prancha: mergulho (M) e canoagem (C).

Uma vez que o grupo pode escolher duas destas atividades, vamos organizá-las numa tabela de dupla entrada, tendo em consideração que a ordem de escolha das atividades não importa e que as duas atividades têm de ser diferentes:

	Atividades com prancha				Atividades sem prancha	
	S	B	W	P	M	C
S	-	S+B	S+W	S+P	S+M	S+C
B	-	-	B+W	B+P	B+M	B+C
W	-	-	-	W+P	W+M	W+C
P	-	-	-	-	P+M	P+C
M	-	-	-	-	-	M+C
C	-	-	-	-	-	-

Analisando a tabela, podemos concluir que existem 15 maneiras diferentes de agrupar duas a duas as 6 atividades, das quais apenas 6 correspondem a pares de atividades realizadas com prancha, logo a probabilidade de, selecionando ao acaso um par de atividades ao acaso, as atividades sorteadas serem realizadas com prancha é:

$$\frac{6}{15}=\frac{2}{5}.$$

4. $\sqrt{50}\approx 7{,}071$ e $\sqrt{51}\approx 7{,}141$, logo $\sqrt{50}<7{,}14<\sqrt{51}$.

Opção (C)

5. Os triângulos $[ABC]$ e $[AED]$ são semelhantes pelo critério AA, já que as retas ED e BC são paralelas, pois $[DEFG]$ é um retângulo e assim $A\hat{B}C = A\hat{E}D$ e $B\hat{C}A = E\hat{D}A$.

A área de $[ABC]$ é dada por:

$$A_{[ABC]} = \frac{15 \times 12}{2} = 90\, u.a.$$

Como os triângulos são semelhantes, temos que:

$$\frac{A_{[ABC]}}{A_{[AED]}} = r^2 \Leftrightarrow \frac{90}{10} = r^2 \Leftrightarrow 9 = r^2 \Leftrightarrow r = 3, \qquad r > 0$$

$[AP]$ e $[AM]$ são as alturas dos dois triângulos, por isso:

$$r = \frac{\overline{AM}}{\overline{AP}} \Leftrightarrow 3 = \frac{12}{\overline{AP}} \Leftrightarrow \overline{AP} = 4$$

Como $\overline{EF} = \overline{PM}$, temos que:

$$\overline{EF} = \overline{AM} - \overline{AP} \Leftrightarrow \overline{EF} = 12 - 4 \Leftrightarrow \overline{EF} = 8$$

6. O número total de quadrados é um quadrado perfeito, observando os três primeiros termos da sequência podemos concluir que:

Ordem	1	2	3	…	n
N.º total de quadrados	$3^2 = (1+2)^2$	$4^2 = (2+2)^2$	$5^2 = (3+2)^2$	…	$(n+2)^2$

Como o número total de quadrados do termos de ordem n é dado por $(n+2)^2$, podemos concluir que a ordem do termo que tem um total de 529 quadrados é:

$$(n+2)^2 = 529 \Leftrightarrow n + 2 = \sqrt{529} \Leftrightarrow n + 2 = 23 \Leftrightarrow n = 21$$

O termo de ordem 21 tem $21^2 = 441$ quadrados cinzentos. Uma vez que o número de quadrados brancos é a diferença entre o número total de quadrados e o número de quadrados cinzentos temos que, o número de quadrados brancos do termo com 529 quadrados é $529 - 441 = 88$.

7. A equação $x^2 - 4x + c = 0$ é uma equação do 2.º grau, para ter duas soluções distintas temos que $b^2 - 4ac > 0$, sendo $a = 1$ e $b = -4$:

$$(-4)^2 - 4 \times 1 \times c > 0 \Leftrightarrow 16 - 4c > 0 \Leftrightarrow -4c > 16 \Leftrightarrow 4c < 16 \Leftrightarrow c < 4$$

Desta forma, tendo em conta os valores apresentados, o único valor que possível para c de forma que a equação tenho duas soluções reais distintas é o 3.

Opção (A)

8. O prisma $[BCEFGHIJ]$ é um paralelepípedo de base $[GHIJ]$ e altura $[BH]$, por isso o volume do paralelepípedo é dado por:

$$V_{[BCEFGHIJ]} = 25{,}8 \times 4 = 103{,}2\ m^3$$

Como o volume da prima triangular $[ABCDEF]$ é a diferença entre o volume total do sólido e o volume do paralelepípedo, temos que:

$$V_{[ABCDEF]} = 134{,}1 - 103{,}2 = 30{,}9\ m^3$$

9. f é uma função afim, a sua expressão algébrica é do tipo $f(x) = mx + 2, m \in \mathbb{R}$, já que o gráfico de f contém o ponto de coordenadas $(0,2)$.

Como o gráfico da função f é uma reta de declive positivo, das opções apresentadas, podemos concluir que a expressão que define a função f é: $f(x) = 4x + 2$.

Opção (D)

10. $B\hat{C}A = 180° - 100° = 80°$, logo o arco AB tem $80° \times 2 = 160°$ de amplitude.

E assim temos,

$$\widehat{BCA} = 360° - \widehat{AB} = 360° - 160° = 200°\ .$$

11.

11.1. O triângulo $[CMB]$ é retângulo em M, pois o triângulo $[ABC]$ é isósceles e M é ponto médio de $[AB]$.

Como $\overline{MC} = 1{,}8\ m$ e $\overline{MB} = \frac{\overline{AB}}{2} = 1{,}1\ m$, então, pelo Teorema de Pitágoras:

$\overline{BC}^2 = \overline{MB}^2 + \overline{MC}^2 \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 1{,}8^2 + 1{,}1^2 \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 4{,}45 \Leftrightarrow \overline{BC} \approx 2, \overline{BC} > 0.$

11.2. Como $[CMP]$ é retângulo em M e $M\hat{P}C = 42°$, então

$$\tan(42°) = \frac{\overline{CM}}{\overline{MP}} \Leftrightarrow \tan(42°) = \frac{1{,}8}{\overline{MP}} \Leftrightarrow \overline{MP} = \frac{1{,}8}{\tan(42°)}.$$

Uma vez que $\overline{BP} = \overline{MP} - \overline{MB}$, então

$$\overline{BP} = \frac{1{,}8}{\tan(42°)} - 1{,}1 \Leftrightarrow \overline{BP} \approx 0{,}9\ m\ .$$

12.

$$\frac{3-3x}{4}_{(3)} \geq \frac{x}{3}_{(4)} + 1_{(12)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{9-9x}{12} \geq \frac{4x}{12} + \frac{12}{12}$$

$$\Leftrightarrow 9 - 9x \geq 4x + 12$$

$$\Leftrightarrow -9x - 4x \geq 12 - 9$$

$$\Leftrightarrow -13x \geq 3$$

$$\Leftrightarrow x \leq -\frac{3}{13}$$

$$C.S = \left]-\infty, -\frac{3}{13}\right]$$

13. Observando os dois gráficos podemos concluir que:

- O gráfico A não representa a função f, pois a função f traduz a correspondência entre o tempo decorrido desde o início da viagem de barco e a distância a que se encontra do ponto de partida, ou seja o ponto de coordenadas $(0,0)$ tem de pertencer ao gráfico de f, já que para $t = 0$ o barco se encontra no ponto de partida, e no gráfico A temos $f(0) \neq 0$.
- O gráfico B também não representa a função f, pois o barco fica parado no cais enquanto o grupo de turistas faz a visita pedestre à ilha, o que significa que a distância do barco ao ponto de partida fica inalterada durante o tempo da visita e no gráfico B não existe nenhum período de tempo no qual a distância se mantém constante.

14. O ponto A de abcissa 2 pertence ao gráfico da função f, logo:

$$f(2) = 3 \times 2^2 = 12$$

e assim tempos que A tem coordenadas $(2,12)$.

Como A também é ponto do gráfico da função g, então:

$$g(2) = 12 \Leftrightarrow \frac{a}{2} = 12 \Leftrightarrow a = 24$$

15. A média dos valores registados na tabela, incluindo o valor representado por k, é 1122, assim sendo:

$$\frac{770 + k + 2900 + 1500 + 262 + 100}{6} = 1122$$

$$\Leftrightarrow \frac{k + 6432}{6} = 1122 \Leftrightarrow k + 6432 = 6732$$

$$\Leftrightarrow k = 6732 - 6432 \Leftrightarrow k = 300$$

Portanto, $k = 300$.

16. Analisando os dados da tabela, podemos concluir:

	Número de dormidas (milhões)		
Regiões (Portugal Continental)	**2020**	**2021**	Aumento
Alentejo	0,3	0,5	$0{,}5 - 0{,}3 = 0{,}2$ **Menor aumento**
Algarve	4,1	5,6	$5{,}6 - 4{,}1 = 1{,}5$
Área Metropolitana de Lisboa (AML)	3,3	5,1	$5{,}1 - 3{,}3 = 1{,}8$ **Maior aumento**
Centro	0,7	1,4	$1{,}4 - 0{,}7 = 0{,}7$ **Aumento de 100%**
Norte	1,6	2,5	$2{,}5 - 1{,}6 = 0{,}9$

Assim:

		Alentejo	**Algarve**	**AML**	**Centro**	**Norte**
(1)	Região onde o aumento do número de dormidas, em milhões, de 2020 para 2021, foi o mais elevado.			X		
(2)	Região onde o aumento do número de dormidas, em milhões, de 2020 para 2021, foi o mais baixo.	X				
(3)	Região onde o número de dormidas, de 2020 para 2021, aumentou 100%.				X	

FIM