

1. Na figura seguinte, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, o prisma reto de bases quadradas $[ABCDEFGH]$

Sabe-se que:

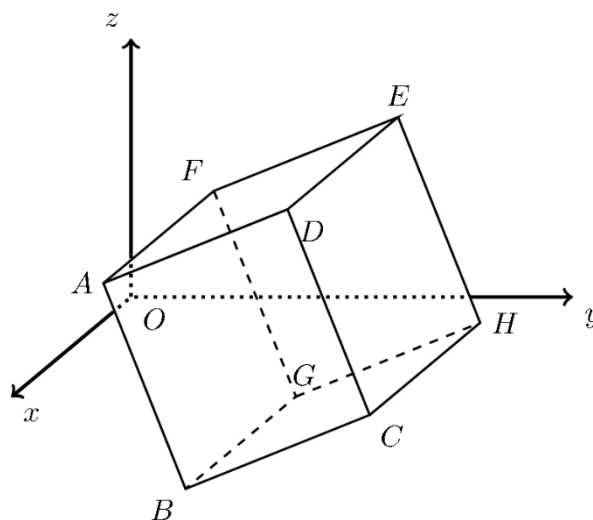
- a base $[ABCD]$ está contido no plano de equação $x = 3$;
- o vértice F tem coordenadas $(-9, 0, 2)$;
- o plano CDE é definido pela equação $5y + 2z - 62 = 0$.

- 1.1. Em qual das opções seguintes se apresentam as coordenadas de um ponto pertencente à reta CD ?

- (A) $(3, 4, 21)$ (B) $(3, 6, 18)$
 (C) $(2, 4, 21)$ (D) $(2, 6, 18)$

- 1.2. Resolva este item sem recorrer à calculadora.

Determine o volume do prisma $[ABCDEFGH]$.

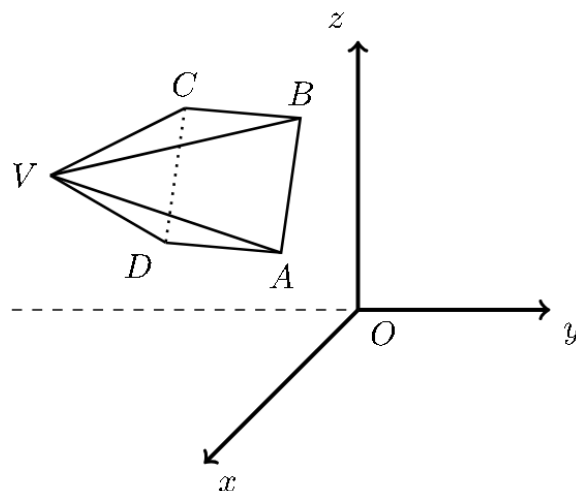


Exame 2025, época especial

2. NA figura, está representada, num referencial o.n. $Oxyz$, a pirâmide regular de base quadrada $[ABCD]$ e vértice V .

Sabe-se que:

- $\overline{AB} = \sqrt{6}$;
- o centro da base da pirâmide, M , tem coordenadas $(2, -1, 3)$;
- o ponto V tem abcissa positiva;
- o plano ABC é definido pela equação $2x - y + z - 8 = 0$;
- o volume da pirâmide é $4\sqrt{6}$.



Resolva este item sem recorrer à calculadora.

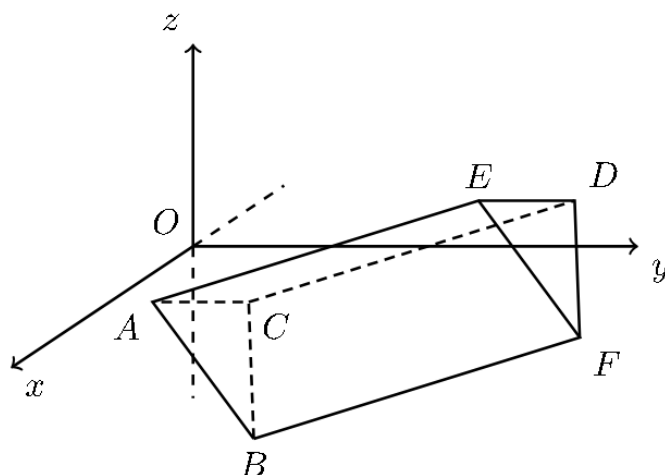
Determine as coordenadas do ponto V .

Exame 2025, 2.ª fase

3. Na figura, está representada, num referencial o.n. $Oxyz$, o prisma triangular $[ABCDEF]$.

Sabe-se que:

- os pontos A e B têm coordenadas $(4, 2, 0)$ e $(2, 3, -3)$, respetivamente;
- o ponto C pertence ao plano mediador do segmento de reta $[AB]$;
- a reta DF é definida pela equação vetorial $(x, y, z) = (-7, 4, 2) + k(1, 1, -5)$, $k \in \mathbb{R}$.



3.1. Qual das equações seguintes define uma reta perpendicular à reta DF e que passa em A ?

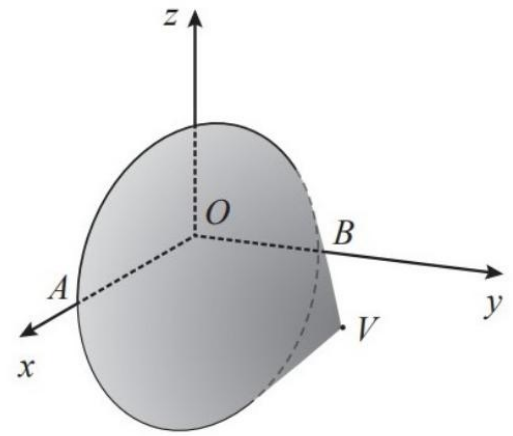
- (A) $(x, y, z) = (-1, 2, 1) + k(5, 0, -1)$, $k \in \mathbb{R}$
- (B) $(x, y, z) = (4, -3, -1) + k(0, 5, 1)$, $k \in \mathbb{R}$
- (C) $(x, y, z) = (-6, 2, -2) + k(5, 0, -1)$, $k \in \mathbb{R}$
- (D) $(x, y, z) = (4, 8, -2) + k(0, 5, 1)$, $k \in \mathbb{R}$

3.2. Resolva este item sem recorrer à calculadora.

Determine as coordenadas do ponto C .

Exame 2025, 1.ª fase

4. Na figura, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, um cone reto de vértice V

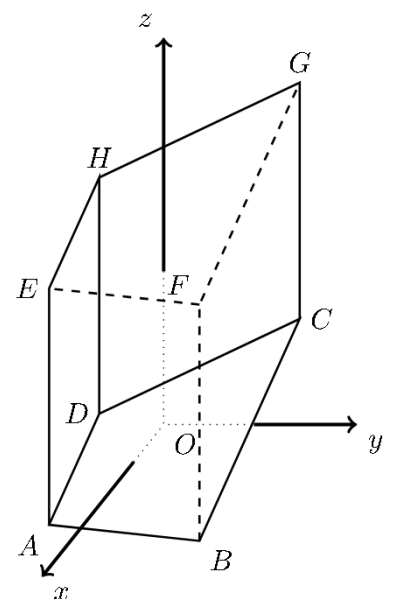


Sabe-se que:

- a base do cone intersesta o semieixo positivo Ox no ponto A e o semieixo positivo Oy no ponto B ;
 - o segmento de reta $[AB]$ é um diâmetro da base do cone;
 - a base do cone está contida no plano definido pela equação $x+2y-8=0$;
 - a abcissa do ponto V tem menos uma unidade do que a sua ordenada.
- 4.1. Qual das seguintes equações define um plano paralelo que contém a base do cone e que passa no ponto de coordenadas $(1, -3, 5)$?
- (A) $-2x+y+5=0$ (B) $x+2y-10=0$ (C) $x+2y+5=0$ (D) $x-3y+5=0$
- 4.2. Resolva este item sem recorrer à calculadora.
 Determine as coordenadas do ponto V .

Exame 2024, época especial

5. Na figura, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, o prisma reto $[ABCDEFGH]$, de base $[ABCD]$ e $[EFGH]$.



Sabe-se que:

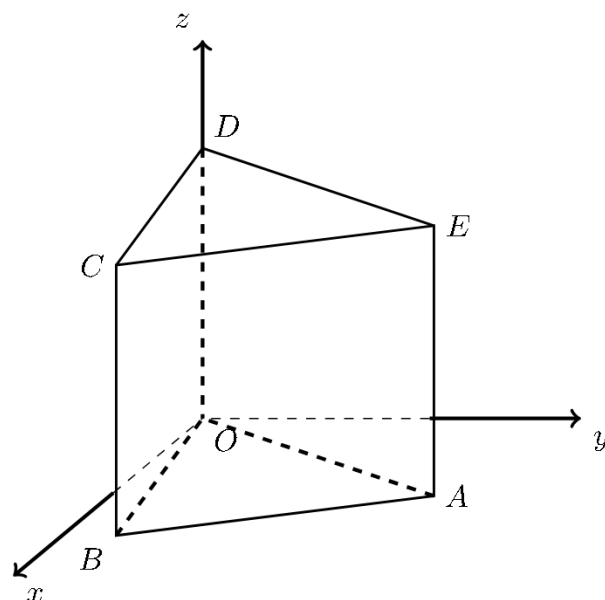
- as bases do prisma são trapézios retângulos;
- o ponto A tem coordenadas $(4, -4, -3)$, e o ponto B tem ordenadas igual ao dobro da abcissa;
- uma equação da reta BC é $(x, y, z) = (3, 5, 1) + k(2, 3, 6)$, $k \in \mathbb{R}$

Qual das equações seguintes é uma equação do plano ABF ?

- (A) $2x+3y+6z+22=0$ (B) $2x+3y+6z-20=0$
- (C) $3x-2y-20=0$ (D) $3x-2y-22=0$

Exame 2024, 1.ª fase

6. Na figura, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, o prisma triangular reto $[OABCDE]$, de bases $[OAB]$ e $[CDE]$.



Sabe-se que:

- as coordenadas do ponto A são $(2\sqrt{3}, 6, 0)$;
- o ponto B pertence ao plano medidor do segmento de reta $[AO]$;
- a reta AB é definida pela equação vetorial $(x, y, z) = (0, 16, 0) + k(\sqrt{3}, -5, 0)$, $k \in \mathbb{R}$;
- o ponto D pertence ao eixo Oz e tem cota 5.

- 6.1. Qual das seguintes equações define o plano que passa no ponto A e é perpendicular ao eixo Ox ?

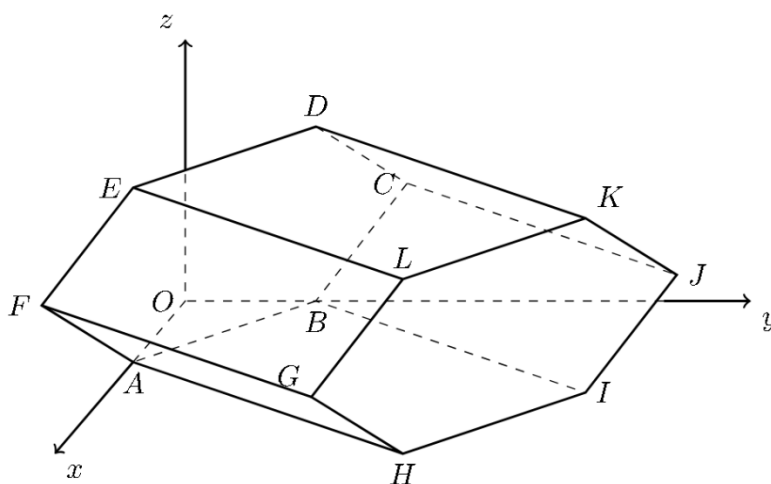
- (A) $z = 0$ (B) $y = 6$ (C) $x = 2\sqrt{3}$ (D) $x + y + z = 0$

- 6.2. Resolva este item sem recorrer à calculadora.

Determine o volume do prisma $[OABCDE]$.

Exame 2023, época especial

7. Na figura está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, o prisma hexagonal reto $[ABCDEFGHijkl]$, de bases $[ABCDEF]$ e $[GHIJKL]$.



Sabe-se que:

- as coordenadas dos vértices A e G do prisma são, respetivamente, $(4, 0, 0)$ e $(12, \frac{13}{2}, 2)$;
- a reta EL é definida pela equação vetorial $(x, y, z) = (-2, -8, 4) + k(3, 4, 0)$, $k \in \mathbb{R}$

Resolva este item sem recorrer à calculadora.

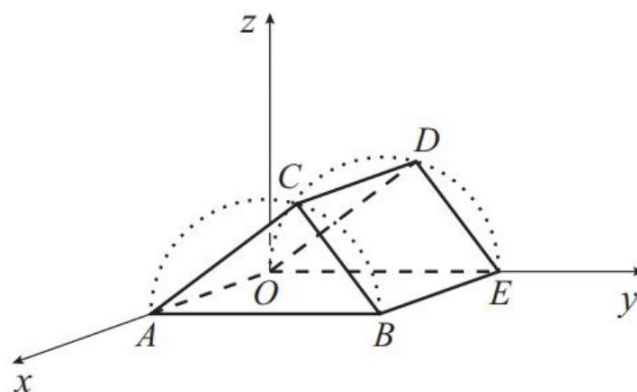
Determine as coordenadas do vértice F do prisma.

Exame 2023, 2.ª fase

8. Na figura, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, o prisma triangular reto $[OABCDE]$, de bases $[ABC]$ e $[OED]$.

Sabe-se que:

- as bases do prisma estão inscritas em semicircunferências, respetivamente, de diâmetros $[AB]$ e $[OE]$;
- os vértices A e E do prisma pertencem, respetivamente, aos semieixos positivos Ox e Oy ;
- $\overline{OE} = 12,5$;
- a reta AC é definida pela equação vetorial $(x, y, z) = (10, 0, 0) + k(0, 4, 3)$, $k \in \mathbb{R}$



8.1. Qual das seguintes equações vetoriais define a reta OD ?

8.2. Resolva este item sem recorrer à calculadora.

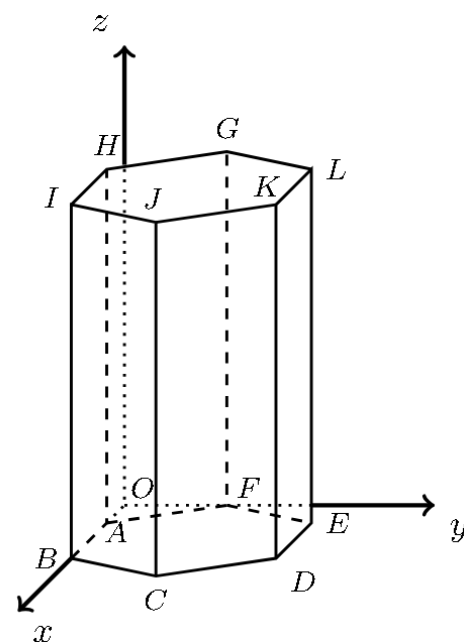
Determine as coordenadas do ponto C .

Exame 2023, 1.ª fase

9. Na figura, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, o prisma hexagonal reta $[ABCDEFGH IJKL]$, cujas bases são hexágonos regulares.

Sabe-se que:

- os vértices A e B pertencem ao semieixo positivo Ox e o vértice F pertence ao semieixo positivo Oy ;
- o plano BCJ é definido pela equação $3x - \sqrt{3}y - 6 = 0$;
- o centro do prisma, ponto equidistante de todos os vértices, é o ponto $M\left(\frac{4}{3}, \frac{2\sqrt{3}}{3}, 2\right)$.



- 9.1. Qual das seguintes equações define o plano que contém a face $[GHIJKL]$?

- (A) $z = 2$ (B) $z = 4$ (C) $x = \frac{4}{3}$ (D) $x = \frac{8}{3}$

- 9.2. Determine, sem recorrer à calculadora, uma equação cartesiana do plano LEF .

Apresente a equação na forma $ax + by + cz + d = 0$, em que a, b, c e d são números reais.

Exame 2022, época especial

10. Na figura, está representado o cubo $[ABCDEFGH]$.

Fixado um determinado referencial o.n. $Oxyz$, tem-se:

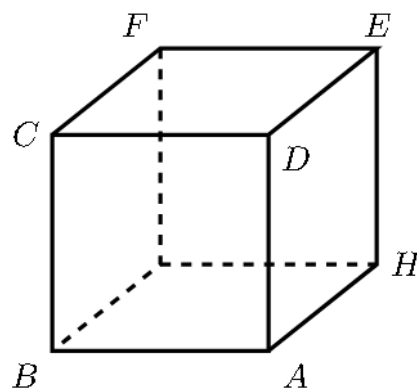
$$A(-2, 5, 0), B(1, -1, 2) \text{ e } C(3, 2, 8)$$

Resolva este item sem recorrer à calculadora.

Sabe-se que o vértice E do cubo pertence à reta definida pela equação

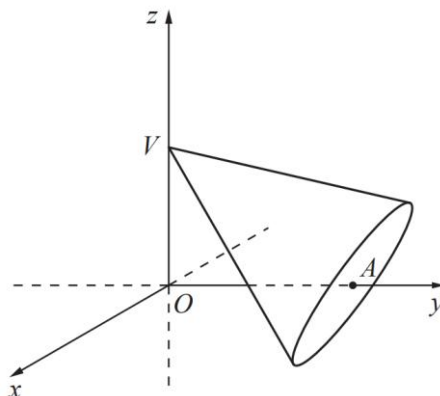
$$(x, y, z) = (0, 0, 3) + k(1, -1, -1), k \in \mathbb{R}$$

Determine as coordenadas do vértice E .



Exame 2022, 2.ª fase

11. Na figura, está representado, em referencial o.n. $Oxyz$, um cone reto de vértice V e base de centro no ponto A .



Sabe-se que:

- o ponto V pertence ao eixo Oz , e o ponto A pertence ao eixo Oy ;
- a base do cone tem raio 3 e está contida no plano definido por $4x - 3y = 16$.

11.1. Qual das seguintes equações define um plano perpendicular ao plano que contém a base do cone e que passa no ponto de coordenadas $(1, 2, -1)$?

(A) $4y - 3z = 11$

(B) $3x + 4y + z = 10$

(C) $3y + 4z = 8$

(D) $x + 3y + 4z = 3$

11.2. Resolva este item sem recorrer à calculadora.

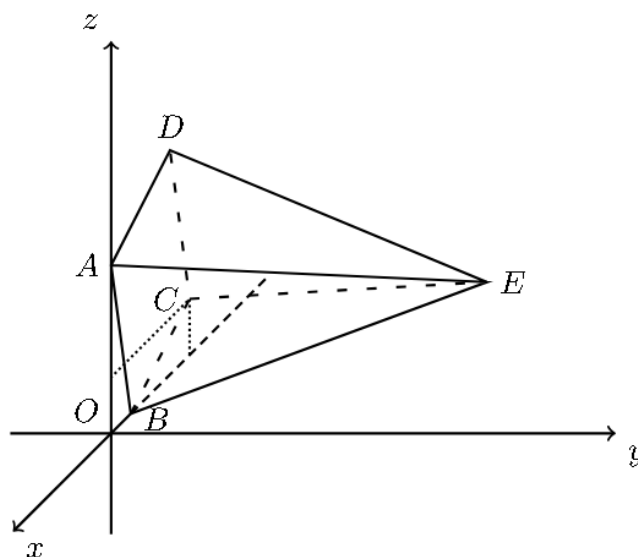
Determine o volume do cone.

Exame 2022, 1.ª fase

12. Na figura, está representada, num referencial o.n. $Oxyz$, a pirâmide regular de base quadrado $[ABCD]$ e vértice E .

Sabe-se que:

- a base da pirâmide está contida no plano Oxz
- o vértice A pertence ao semieixo positivo Oz e o vértice B pertence ao semieixo negativo Ox
- o vértice E tem coordenadas $(-2, 6, 2)$
- o vetor \overrightarrow{BE} tem coordenadas $(-1, 6, 2)$
- o volume da pirâmide pe 20



Seja α o plano perpendicular à reta BE e que passa no ponto de coordenadas $(1, 0, 1)$

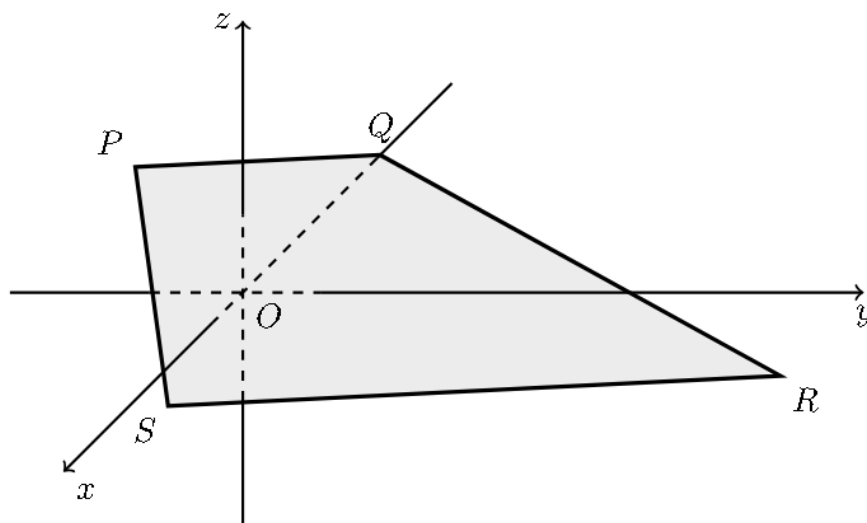
Qual das equações seguintes é uma equação do plano α ?

- | | |
|---------------------------|---------------------------|
| (A) $-x + 6y + 2z = 0$ | (B) $x + 6y + 2z - 3 = 0$ |
| (C) $x - 6y - 2z + 1 = 0$ | (D) $2x - y + 4z - 5 = 0$ |

Exame 2021, época especial

13. Na figura, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, um trapézio $[PQRS]$, de bases $[PQ]$ e $[RS]$, em que o lado $[PS]$ é perpendicular às bases.

Tem-se $P(1, -1, 2)$, $Q(-2, 1, 1)$ e $R(-5, 5, -3)$



Determine uma equação do plano perpendicular à reta RS e que passa no ponto P .

Apresente essa equação na forma $ax + by + cz + d = 0$

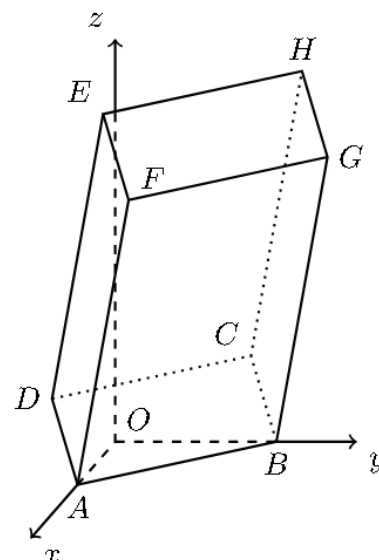
Exame 2021, 2.ª fase

14. Na figura, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, um paralelepípedo retângulo $[ABCDEFGH]$.

Sabe-se que:

- o vértice A pertence ao eixo Ox e o vértice B pertence ao eixo Oy ;
- as coordenadas dos vértices E e G são $(7, 2, 15)$ e $(6, 10, 13)$, respetivamente;
- a reta EF é definida pela equação

$$(x, y, z) = (1, -2, 19) + k(-3, -2, 2), k \in \mathbb{R}$$



14.1. Qual das equações seguintes define uma reta perpendicular à reta EF e que passa por E ?

- (A) $(x, y, z) = (7, -3, 3) + k(-2, 3, 0), k \in \mathbb{R}$
- (B) $(x, y, z) = (7, 2, 15) + k(0, 3, -3), k \in \mathbb{R}$
- (C) $(x, y, z) = (7, -10, 3) + k(0, 3, 3), k \in \mathbb{R}$
- (D) $(x, y, z) = (7, 2, 3) + k(2, 0, -3), k \in \mathbb{R}$

14.2. Determine sem recorrer à calculadora, a equação reduzida da superfície esférica de centro no ponto B e que passa no ponto D .

Exame 2021, 2.ª fase

15. Na figura seguinte, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, um cubo $[ABCDEFGH]$ em que cada aresta é paralela a um dos eixos coordenados.

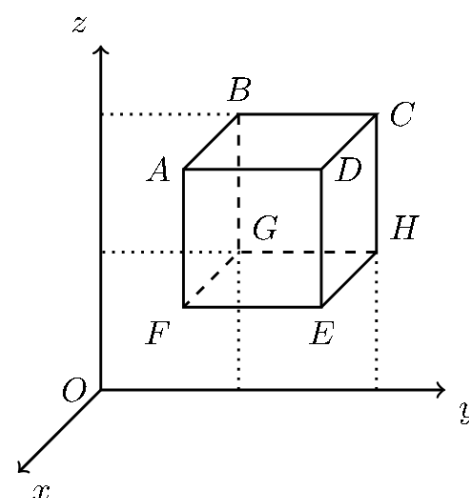
Sabe-se que:

- o vértice B tem coordenadas $(0, 2, 4)$;
- o vetor \overrightarrow{BE} tem coordenadas $(2, 2, -2)$;
- a aresta $[BG]$ é paralela ao eixo Oz .

Seja α o plano que passa por G e é perpendicular à reta OE

Sejam P, Q e R os pontos de α que pertencem aos eixos coordenados.

Determine o volume da pirâmide $[OPQR]$



Exame 2020, época especial

16. Na figura, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, o cubo $[ABCDEFGH]$ (o ponto H não está representado na figura).

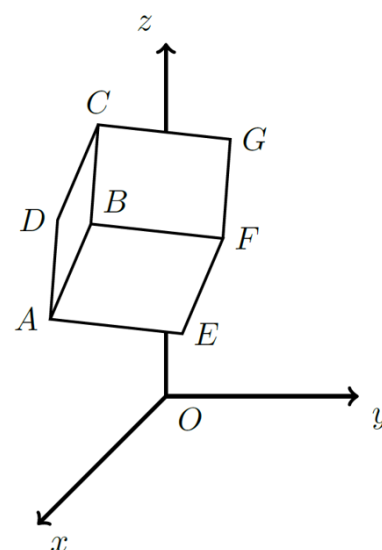
Sabe-se que:

- o ponto A tem coordenadas $(7, 1, 4)$
- o ponto G tem coordenadas $(5, 3, 6)$
- a reta AE é definida pela equação vetorial $(x, y, z) = (7, 1, 4) + k(3, -6, 2)$, $k \in \mathbb{R}$

Resolva o item sem recorrer à calculadora.

Determine uma equação do plano EFG

Apresente o resultado da equação na forma $ax + by + cz + d = 0$



Exame 2020, 2.ª fase

17. Na figura, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, um cilindro reto.

Sabe-se que:

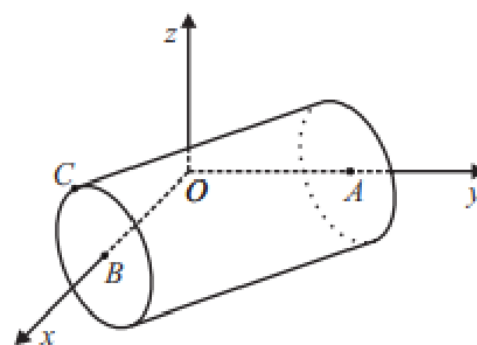
- o ponto A pertence ao eixo Oy e é o centro de uma das bases do cilindro, e o ponto B pertence ao eixo Ox e é o centro da outra base;
- o ponto C pertence à circunferência de centro B que delimita uma das bases do cilindro;
- o plano ABC é definido pela equação $3x + 4y + 4z - 12 = 0$

Resolva os itens sem recorrer à calculadora.

17.1. Determine \overline{BC} , sabendo que o volume do cilindro é igual a 10π .

17.2. Seja P o ponto de coordenadas $(3, 5, 6)$

Determine as coordenadas do ponto do plano ABC que se encontra mais próximo do ponto P



Exame 2020, 1.ª fase